

**Математичний турнір «Подільський занзібар»**  
**20019 рік**  
**8 клас**  
**(Відповіді)**

1. На 16 частин.

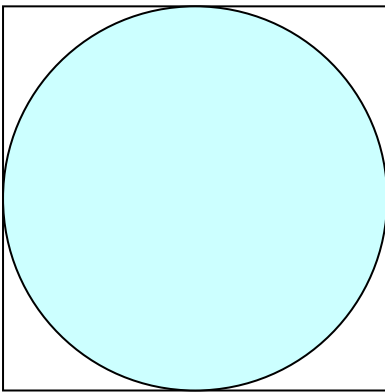
2. **Відповідь: 21%**

Поливальна машина поливає територію, обмежену колом, вписаним в квадрат. Нехай сторона квадрата дорівнює  $a$ , тоді площа квадрата дорівнює

$S_{\text{қа.}} = a^2$ , площа круга  $S_{\text{қа.}} = \pi \cdot \frac{a^2}{4}$ , площа частини, що не поливається

дорівнює  $S = a^2 - \frac{\pi a^2}{4} = \frac{4a^2 - \pi a^2}{4}$ . У відсотках від усієї площі квадрата вона

складає:  $\frac{S}{S_{\text{қа.}}} = \frac{a^2(4 - \pi)}{4a^2} \cdot 100\% = \frac{4 - 3,142}{4} \cdot 100\% \approx 21\%$



3. **Відповідь: 163**

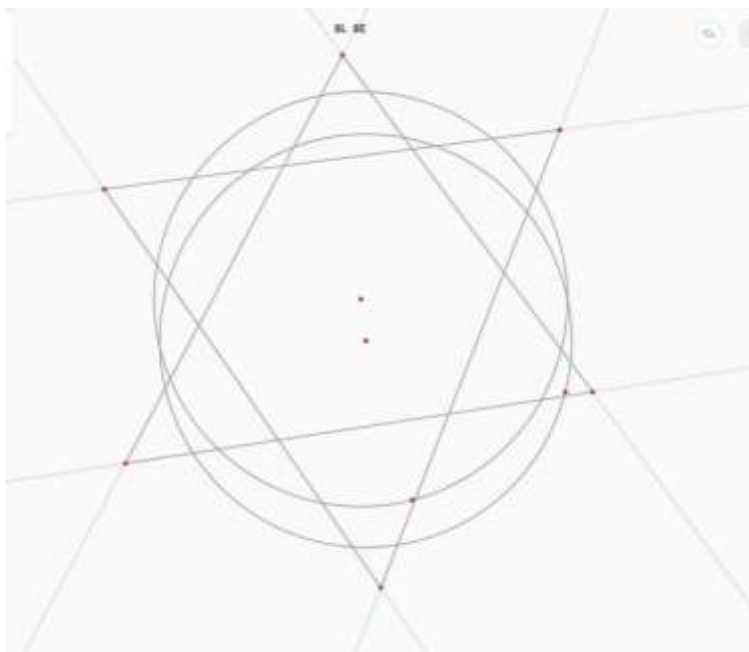
4. **Відповідь: 48грн.48коп.**

5. **Відповідь: 48 днів.**

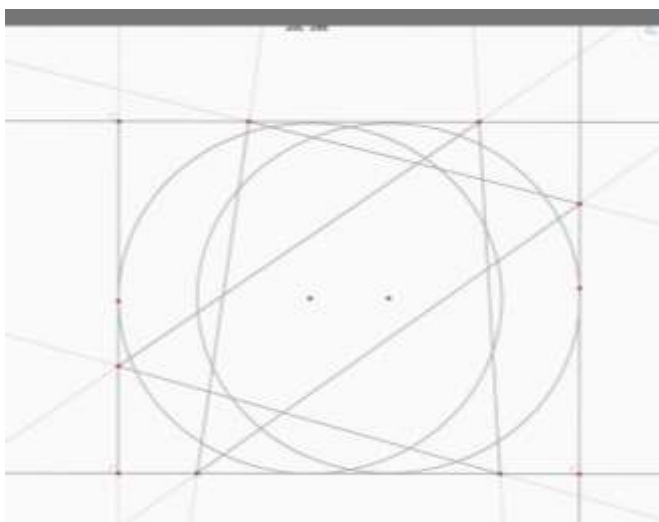
6. **Відповідь: 7.**

7. **Відповідь: 34.**

Якщо листок паперу розглядати як необмежений, то можливе розташування можна побачити на малюнку:



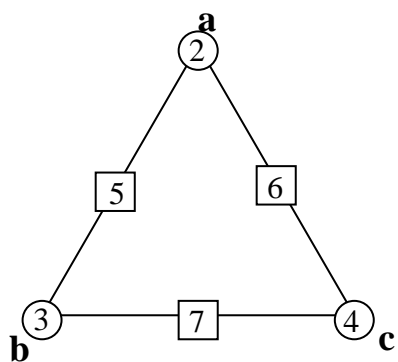
Якщо ж вважати, що аркуш паперу має прямокутну форму і є обмеженим, то можливий випадок:



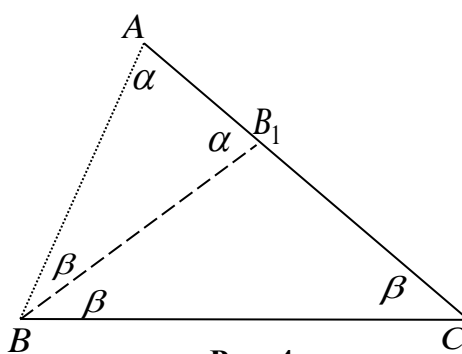
тоді частин може бути і 45.

8. **Відповідь:** 54 грн.

9. Розв'язків може бути багато. Але учні мали навести приклад.



10. **Відповідь:**  $36^\circ$ ,  $72^\circ$  та  $72^\circ$ .



**Рис. 4**

11. **Відповідь:**  $\frac{5}{2}$  ;  $\frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$  ;  $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$  .

**Вказівка :**

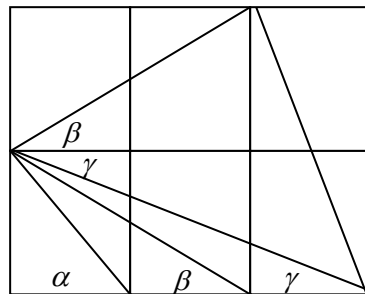
після групування маємо:

$$\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) + 4 \cdot \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2x-5}{(x-1)(x-4)} + 3 \cdot \frac{2x-5}{x(x-5)} + 4 \cdot \frac{2x-5}{(x-2)(x-3)} = 0$$

Виносимо за дужки вираз  $2x - 5$  та робимо заміну:  $y = x^2 - 5x$  .

12. **Відповідь:**  $90^\circ$ .

**Вказівка:** побудувати прямокутник, симетричний даному відносно його більшої сторони.



13. **Відповідь:**  $75^\circ$ .

Проведемо  $CH \perp BP$ . Тоді кут  $HCP$  дорівнює  $30^\circ$ .

Отже,  $HP$  дорівнює половині  $PC$  і дорівнює  $AP$ .

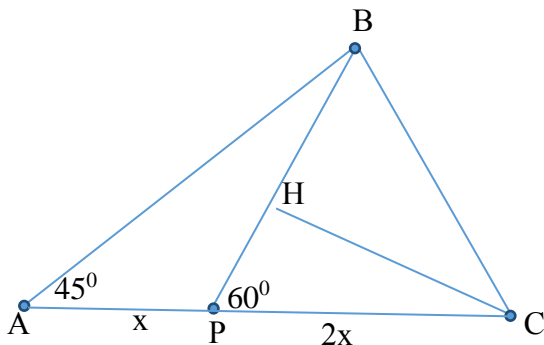
Трикутник  $APH$  – рівнобедрений  $AP = PH$ , тому кути

$HAP$  і  $AHP$  дорівнюють по  $30^\circ$ .

Кут  $ABP$  дорівнює  $15^\circ$ , тому кут  $HAP$  дорівнює  $15^\circ$  і тому трикутник  $AHP$  – рівнобедрений:  $AH = HP$ .

Трикутник  $AHC$  – рівнобедрений:  $AH = HC$ .

Маємо, що  $HP = HC$ . Тобто трикутник  $HPC$  – прямокутний і рівнобедрений, тому кут  $HCP$  дорівнює  $45^\circ$ . Отже, кут  $BCP$  дорівнює  $30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ .



14. **Відповідь:** 3.

$$2018^{2019} + 2019^{2018}$$

Число  $2018^{2019}$  закінчуватиметься такою ж цифрою, як і число  $8^{2019}$ .  
Степені числа 8 можуть закінчуватися на 8; 4; 2; 6.  $2019 : 4 = 504(\text{і} \dot{\text{н}} \dot{\text{д}} \cdot 3)$

Тому остання цифра числа  $2018^{2019}$  дорівнює 2.

Число  $2019^{2018}$  закінчується так само, як і 9 в тому ж таки степені. А 9 в усіх парних степенях закінчується цифрою 1. Отже, остання цифра даної суми дорівнює 3.

15. **Відповідь:** (3;5;7) ; (4;5;6).

Оскільки  $c - b = b - a > 0$ , то  $2b = a + c$

За умови, що периметр трикутника дорівнює 15, маємо рівняння:

$$3b = 15$$

$$b = 5$$

А тому  $a + c = 10$ . Оскільки сторони трикутника цілі числа і  $c > b$ ,  $b > a$ , то можливі тільки випадки, вказані у відповіді.

16. **Відповідь:** 2,5.

Скористатись теоремою Вієта.

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 2, \text{ тоді } (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2,$$

$$1 - 2x_1x_2 = 2$$

$$x_1x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = 1 \cdot (2 + \frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$$

17. **Відповідь:** - 4 при (-1;1;-1)

Вказівка:  $A = (xy + 1)^2 + 2(x - z)^2 + 3(y - 1)^2 - 4$ .

18. **Відповідь:** 9.

19. **Відповідь:** 9см.

Вказівка: через основу висоти провести пряму, паралельну до проведеної в умові задачі прямої. Тоді шуканий відрізок буде середньою лінією трапеції.

20. **Відповідь :** (1;4;2), (4;1;2).

$$\begin{cases} x + y + z = 7, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 21, \\ xy = z^2 \end{cases}$$

*Діа́ж`я́ї́ї́*

$$\begin{cases} x + y = 7 - z \\ (x + y)^2 - 2xy + z^2 = 21 \\ 2xy = 2z^2 \end{cases}$$

*ç óðàõóâàííýì ìãðíãî òà òðãòíãî ð³ãíýü , ìà°î ãðóãð³ãíýü :*

$$(7 - z)^2 - 2z^2 + z^2 = 21$$

Розв`язавши це рівняння, маємо, що  $z = 2$ . Підставляючи дане значення до першого та третього рівнянь системи, знаходимо змінні  $x$  та  $y$ .

21. **Відповідь:** 1;2;5;6.

Вказівка:  $x^2 - 7x + 10 = \frac{(2x - 7)^2 - 9}{4}$

$x^2 - 7x + 10 = n^2$ , то  $(2x - 7)^2 - 4n^2 = 9$ ;  $(2x - 7 + 2n)(2x - 7 - 2n) = 9$ . Розглядаємо всі можливі розклади 9 на множники.

22. **Відповідь:** такого числа не існує.

Вказівка: сума кубів трьох послідовних нат. чисел дорівнює

$$s = (n - 1)^3 + n^3 + (n + 1)^3 = 3n(n^2 + 2).$$

Тобто, враховуючи парність шуканого числа, маємо, що  $n$  – парне. А тому  $s : 4$ , але число, що складається тільки з двійок на 4 не ділиться.